

Международно състезание “Европейско Кенгуру”

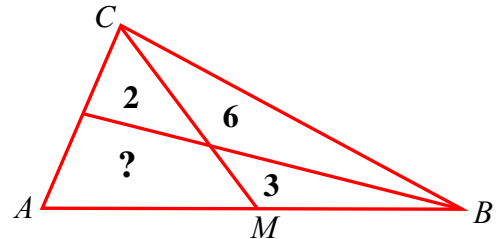
17 март 2012 г.

ТЕМА за 9 и 10 клас

След всяка задача има посочени 5 отговора, от които само един е верен. За даден верен отговор се присъждат 5 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици. **ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 75 минути.** Пожелаваме Ви успех!

1. Даденият $\triangle ABC$ е разделен на четири части. Да се намери лицето на четириъгълника, означен с въпросителен знак, ако M е средата на страната AB на $\triangle ABC$, а лицата на трите триъгълника са отбелязани на чертежа.

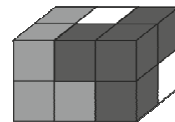
- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7



2. Стойността на $11,11 - 1,111$ е:

- A) 9,009 B) 9,0909 C) 9,99 D) 9,999 E) 10

3. Паралелепипедът на чертежа вдясно е сглобен от три детайла. Всеки детайл се състои от 4 кубчета с еднакъв цвят. Как изглежда белият детайл?



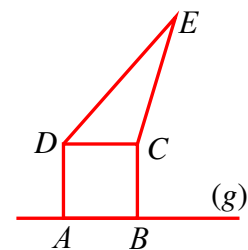
- A) B) C) D) E)

4. Ани изпраща на Боби кодирани съобщения по следната система: Всяка буква се заменя от поредния си номер в азбуката ($A = 1, B = 2, \dots, Я = 30$), този номер се удвоява, полученото число се увеличава с 9 и резултатът се изпраща на Боби. Тази сутрин Боби получил съобщението 41; 39; 35; 39; 62. Какъв е бил оригиналният текст на Ани?

- A) ПОМОЩ B) ПОЖАР C) ПОТОП D) ПОМНЯ E) Ани има грешка

5. Квадратът $ABCD$ и триъгълникът DCE на чертежа имат лица по 16 кв.см. На колко см от правата (g) се намира точка E ?

- A) 8 B) $4 + 2\sqrt{3}$ C) 12 D) $10\sqrt{2}$ E) няма достатъчно данни



6. Сборът от цифрите на едно седемцифрено число е 6. Колко е произведението на цифрите му?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 1.2.3.4.5.6.7 E) 0

7. Катетите на правоъгълен триъгълник ABC имат дължини 6 и 8, а точки K, L и M са средите на страните му. Определете периметъра на триъгълника KLM .

- A) 20 B) 12 C) 5 D) 6 E) 24

8. В четири от изразите замяната на 8 с друго положително число (еднакво при всички замени) не променя резултата. Кой от изразите няма това свойство?

- A) $(8+8-8):8$ B) $8+(8:8)-8$ C) $8:(8+8+8)$
D) $8-(8:8)+8$ E) $8.(8:8):8$

9. Две от страните на четириъгълник $ABCD$ имат дължини 1 и 4, а диагоналът AC го дели на два равностранни триъгълника и има дължина 2. Колко е периметърът на $ABCD$?

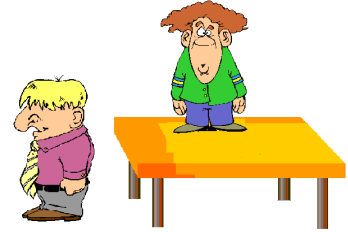
- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

10. Числата 144 и 220 дават остатък 11 при деление на естественото число x . Определете x .

- A) 7 B) 11 C) 15 D) 19 E) 38

11. Ако Асен се качи на масата, а Мишо стои на пода, Асен ще е с 80 см по-висок от Мишо. Ако си разменят местата, Мишо ще е с 1 метър по-висок от Асен. Колко см е висока масата?

- A) 20 B) 80 C) 90 D) 100 E) 120

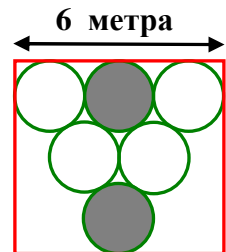


12. Добри и Митко хвърлят монета. Ако се падне тура, Добри дава на Митко два бонбона, а ако се падне ези, Митко дава на Добри три бонбона. След 30 хвърляния всеки се оказал с началния си брой бонбони. Колко пъти се е паднало ези?

- A) 6 B) 12 C) 18 D) 24 E) 30

13. На чертежа вдясно, в правоъгълник с дължина 6 м са поставени шест еднакви допиращи се кръга. Намерете най-краткото разстояние в метри между двата затъмнени кръга.

- A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{3}-2$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) 2

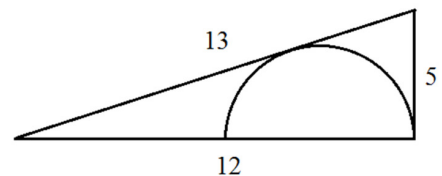


14. Имам четири часовника: времето на единия се различава от истинското с 2 минути, на другия с 3 минути, на третия с 4 минути и на четвъртия с 5 минути. Колко е часът, ако един от тези часовници показва 2:54, друг 2:57, трети 3:02 и последният 3:03?

- A) 3:00 B) 2:57 C) 2:58 D) 2:59 E) 3:01

15. Триъгълникът на чертежа има страни 5, 12 и 13. Определете радиуса на вписания полукръг.

- A) $\frac{7}{3}$ B) $\frac{10}{3}$ C) 4 D) $\frac{13}{3}$ E) $\frac{17}{3}$



16. Четирицифрено естествено число има цифра на стотиците 3, а сборът на другите му три цифри е пак 3. Колко такива числа съществуват?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

17. Поставете едноцифрени естествени числа в празните полета на таблицата така, че сборовете на трите реда да са равни и сборовете на четирите колони да са равни. Кое число ще стои в затъмненото поле?

- A) 1 B) 4 C) 6 D) 8 E) 9

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | 4 | | 2 |
| | 3 | 3 | |
| 6 | | 1 | |

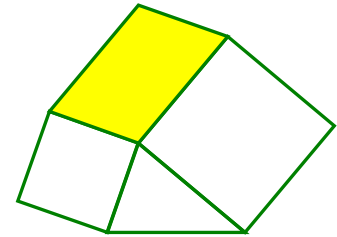
18. Трима спортисти Кен, Гу и Ру участвали в надбягване. Били изказани твърденията:

- 1) “Победител ще е Кен или Гу.”
- 2) “Ако Гу е втори, то Ру ще победи”
- 3) „Ако Гу е трети, то Кен няма да победи”.
- 4) “Втори ще е Гу или Ру.”

И четирите твърдения се оказали верни. В какъв ред са финиширали спортистите?

- A) Кен, Гу, Ру B) Кен, Ру, Гу C) Ру, Гу, Кен D) Гу, Ру, Кен E) Гу, Кен, Ру

19. На чертежа има два квадрата със страни 4 и 5, триъгълник с лице 8 и затъмнен успоредник. Определете лицето на успоредника.

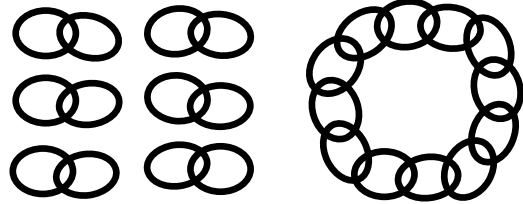


- A) 15 B) 16 C) 18 D) 20 E) 21

20. Ако $2012 = m^m(m^k - k)$ за естествените числа m и k , определете k .

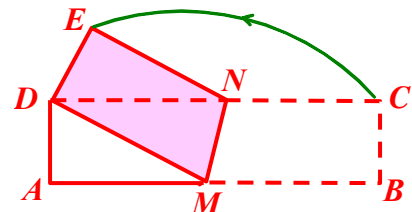
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 9 E) 11

21. Бижутер има 12 верижки с по две звена (показани са 6 от тях), от които иска да направи цяла затворена верига. Колко най-малко звена трябва да отвори бижутерът (и после да ги затвори)?



- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

22. На чертежа правоъгълната хартиена лента $ABCD$, за която $AB = 16$ см и $AD = 4$ см, е сгъната по линията MN до съвпадане на B и D . Колко е лицето в квадратни сантиметри на петоъгълника $DAMNE$?



- A) 22 B) 27 C) 32 D) 37 E) 47

23. Влак с дължина G минава край даден знак за 8 секунди, след което се разминава с влак с дължина H за 9 секунди, който пък минава край знака за 12 секунди. Какъв извод можем да направим?

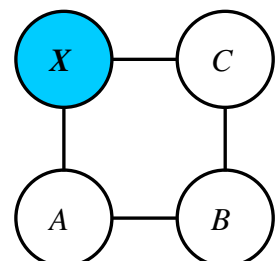
- A) $G = 2H$ B) $G = H$ C) $2H = 3G$ D) $H = 2G$ E) никой от предните отговори

24. Последната ненулева цифра в десетичния запис на числото $2^{59} \cdot 3^4 \cdot 5^{53}$ е:

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 9

25. Едно кенгуру може да скача само в съседни полета по отбелязаните линии. То тръгва от полето C и ако попадне в X , спира да скача. По колко начина може да стигне кенгуруто от C до X с точно 13 скока?

- A) 12 B) 32 C) 64 D) 144 E) 1024



26. Дадени са пет лампи и един бутон, които изпълняват следното условие: ако се натисне бутонът, някои две от лампите си променят състоянието, т. е. ако една от лампите е била загасена, тя се запалва, а ако е била запалена, тя се загасва. Първоначално и петте лампи са загасени. В какво можем да сме сигурни след 10 натискания на бутона?

- A) Поне една лампа е запалена.
- B) Всички лампи са запалени.
- C) Не всички лампи са запалени.
- D) Някоя лампа не е запалена.
- E) Нито един от предишните отговори.

27. Дадени са шест различни естествени числа, от които най-голямото е n . Във всички двойки, образувани от тези числа, освен в една, по-малкото число дели по-голямото. Определете най-малката възможна стойност на n .

- A) 18
- B) 20
- C) 24
- D) 36
- E) 45

28. Да наречем *прод* произведението от цифрите на едно естествено число. Определете сбора от продовете на всички трицифрени числа.

- A) 45
- B) 45^2
- C) 45^3
- D) 2^{45}
- E) 3^{45}

29. Числата от 1 до 120 са записани на 15 реда, както е показано в таблицата. В коя колона (най-лявата колона считаме за първа) сборът от числата е най-голям?

| | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 | | | | | | |
| 2 | 3 | | | | | |
| 4 | 5 | 6 | | | | |
| 7 | 8 | 9 | 10 | | | |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | | |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | |
| 106 | 107 | 108 | 109 | 110 | ... | 120 |

- A) 1-ва
- B) 5-та
- C) 7-ма
- D) 10-та
- E) 13-та

30. Нека $ABCDEFGH$ е правилен осмоъгълник. Избираме случайно един от върховете C, D, E, F, G, H и го свързваме с A чрез отсечка. После избираме случайно един от върховете C, D, E, F, G, H и го свързваме с B чрез отсечка. Каква е вероятността осмоъгълникът да се окаже разрязан на точно три части?

- A) $\frac{1}{6}$
- B) $\frac{1}{4}$
- C) $\frac{4}{9}$
- D) $\frac{5}{18}$
- E) $\frac{1}{3}$